Exercice 1:

1) Vrai car
$(-2x-2)^2 = [-2(x+1)]^2 = (-2)^2 \times (x+1)^2$
$= 4(x+1)^2$

2) Faux car
$x^2+10=0$
$x^2=-10$ impossible pas de solution

3) Faux car
$(x+3)^2=0$
donne $x+3=0$
$x=-3$ racine double

4) Vrai car
$(\sqrt{3}-1)^2+2(\sqrt{3}-1)-2 = 3\cancel{-2\sqrt{3}}+1\cancel{+2\sqrt{3}}-2-2$
$= 4-4$
$= 0$

5) Faux car
$P_{final} = P_{initial}\left(1-\frac{20}{100}\right)\left(1-\frac{20}{100}\right)$
$= P_{initial}\ 0,8 \times 0,8$
$= P_{initial}\ 0,64$
$= P_{initial}\ (1-0,36)$
$= P_{initial}\left(1-\frac{36}{100}\right)$

Après ces deux diminutions l'article a baissé de 36%.

6) Vrai car

$$(x+1)^2-(x-1)^2 = x^2+2x+1-(x^2-2x+1)$$
$$= x^2+2x+1-x^2+2x-1$$
$$= 4x$$

$x > 0$

alors $4x > 0$

Exercice 2 :

1) a) $Q(x) = (x-2)^2 - 5(x-3)(x-2) + x^2 - 4$
$$= x^2-4x+4-5(x^2-2x-3x+6)+x^2-4$$
$$= x^2-4x+4-5x^2+10x+15x-30+x^2-4$$
$$= -3x^2+21x-30$$

b) $Q(x) = -30$

$-3x^2+21x-30 = -30$

$-3x^2+21x = -30+30$

$-3x^2+21x = 0$

$3x(-x+7) = 0$

donne $3x = 0$ ou $-x+7 = 0$

$x = 0$ $\quad$ $-x = -7$

$x = 7$

c) $Q(x) = (x-2)^2 - 5(x-3)(x-2) + x^2 - 4$
$$= (x-2)^2 - 5(x-3)(x-2) + (x-2)(x+2)$$
$$= (x-2)[(x-2)-5(x-3)+(x+2)]$$
$$= (x-2)(x-2-5x+15+x+2)$$
$$= (x-2)(-3x+15)$$

2) a) $D(x) = x^2 - 4x + 4 + (2x-4)(x+3)$
$= (x-2)^2 + 2(x-2)(x+3)$
$= (x-2)[(x-2) + 2(x+3)]$
$= (x-2)(x-2+2x+6)$
$= (x-2)(3x+4)$

b) $F(x) = \dfrac{Q(x)}{D(x)}$

$= \dfrac{(x-2)(-3x+15)}{(x-2)(3x+4)}$

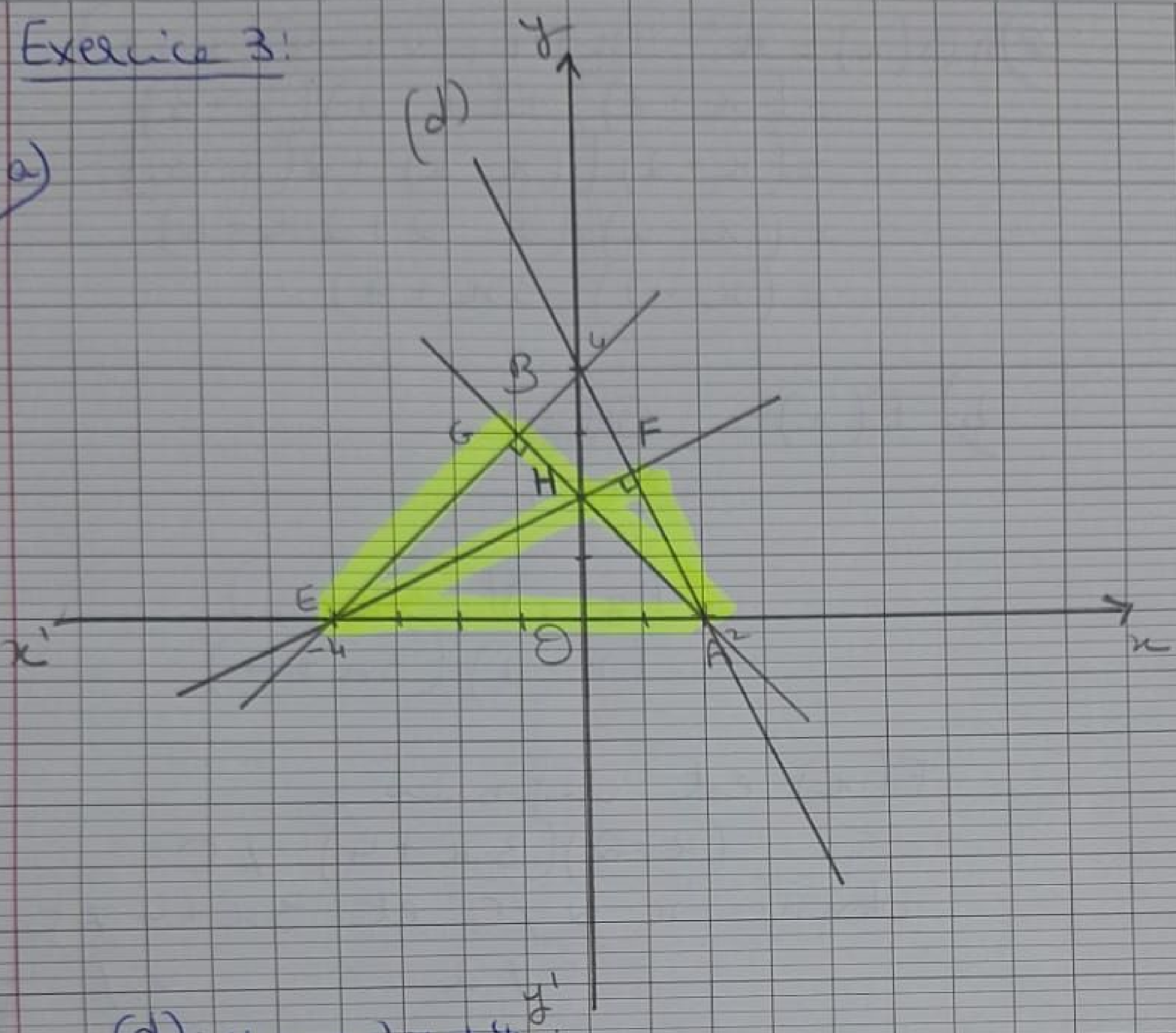
$F(x)$ est définie si
$(x-2)(3x+4) \neq 0$
donne $x-2 \neq 0$ et $3x+4 \neq 0$
$x \neq 2$ $\quad x \neq -\dfrac{4}{3}$

c) $F(x) = \dfrac{\cancel{(x-2)}(-3x+15)}{\cancel{(x-2)}(3x+4)}$
$= \dfrac{-3x+15}{3x+4}$

$F(x) = 2$
$\dfrac{-3x+15}{3x+4} = 2$
$-3x + 15 = 2(3x+4)$
$-3x + 15 = 6x + 8$
$-3x - 6x = 8 - 15$
$-9x = -7$
$x = \dfrac{7}{9}$ acceptable

Exercice 3:

a)



(d) : $y = -2x + 4$

b) $A \in (d)$?

$y_A = -2x_A + 4$

$0 = -2(2) + 4$

$0 = -4 + 4$

$0 = 0$ Vrai

alors $A \in (d)$

$B \in (d)$

$y_B = -2x_B + 4$

$4 = -2 \times 0 + 4$

$4 = 4$ Vrai

alors $B \in (d)$

3) L'eqt° de (d') est de la forme : $y = ax + b$

. $(d') \perp (d)$ (par hyp) $\Rightarrow a_{(d')} \times a_{(d)} = -1$

$a_{(d')} \times (-2) = -1$

$\boxed{a_{(d')} = \frac{1}{2}}$

. $E \in (d')$ alors les coordonnées de E vérifient l'éqt^o de (d')

$y_E = a_{(d')} x_E + b$

$0 = \frac{1}{2} \times (-4) + b$

$0 = -2 + b$

$\boxed{b = 2}$

Donc : $(d') : y = \frac{1}{2} x + 2$.

4) $F = (d) \cap (d')$

- $F \in (d)$ alors les coordonnées de F vérifient l'éqt^o de (d) : $y_F = -2x_F + 4$.
- $F \in (d')$ alors les coordonnées de F vérifient l'éqt^o de (d') : $y_F = \frac{1}{2} x_F + 2$.

$$y_F = y_F$$
$$-2x_F + 4 = \frac{1}{2} x_F + 2$$
$$-2x_F - \frac{1}{2} x_F = 2 - 4$$

$$-\frac{5}{2} x_F = -2$$
$$x_F = 2 \times \frac{2}{5}$$
$$x_F = \frac{4}{5}$$

Or $y_F = -2x_F + 4$

$= -2\left(\frac{4}{5}\right) + 4$

$= -\frac{8}{5} + 4$

$= \frac{12}{5}$

$F\left(\frac{4}{5} ; \frac{12}{5}\right)$

b) Dans le triangle EAB on a :

. $(EF) \perp (AB)$ $\left(\begin{array}{l} (d') \perp (d) \text{ par hyp} \\ \text{et } E;F \in (d') \\ A;B \in (d) \end{array} \right)$

Alors [EH] est la hauteur relative à [AB]

. $(BO) \perp (EA)$ $\left(\begin{array}{l} (x'x') \perp (yy') \text{ axes du repère} \\ B \in (yy') \text{ et } E;A \in (yy') \end{array} \right)$

Alors [BO] est la hauteur relative à [EA]

Or H est le point d'intersection des deux hauteurs alors H est l'orthocentre du triangle EAB

c) (AH) passe par l'orthocentre H du triangle EAB alors c'est la $3^{ème}$ hauteur

D'où $(AH) \perp (EB)$.

On a :

5) Le triangle EGA est rectangle en G (effet de la hauteur)

Alors : EGA est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse [EA].

Le triangle EFA est rectangle en F (effet de la perpendiculaire)

Alors : EFA est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse [EA]

Or : [EA] hypoténuse commune

Alors : les deux triangles EGA et EFA sont inscrit dans un même cercle de diamètre l'hypoténuse commune [EA].

Par la suite : les points E ; G ; F et A se trouvent sur un même cercle (C) de diamètre [EA].

b) $R = \frac{EA}{2}$

$= \frac{\sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_E)^2}}{2}$

$= \frac{\sqrt{(2+4)^2 + (0-0)^2}}{2}$

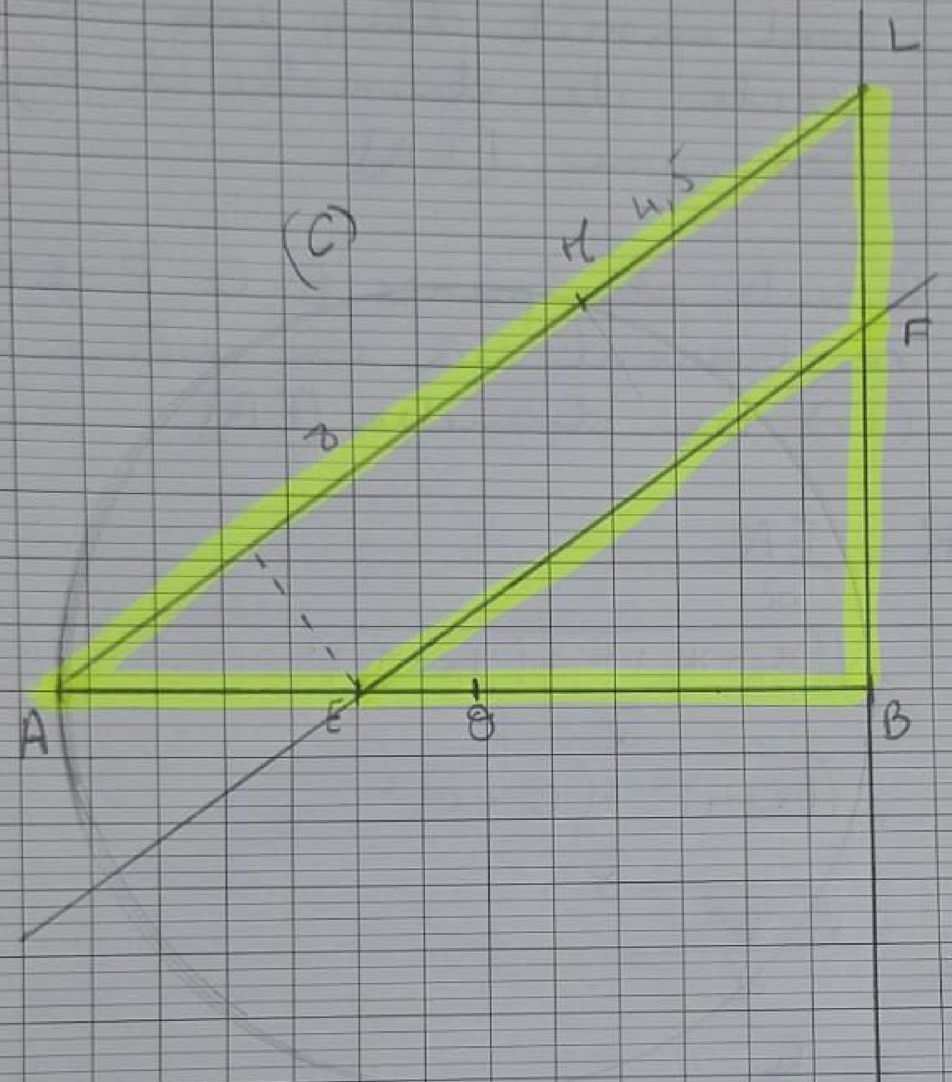
$= \frac{\sqrt{6^2}}{2}$

$= \frac{6}{2}$

$= 3$ u.

Exercice 4 :

1)



2) a) $M \in (C)$ de diamètre $[AB]$ (par hyp)

~~Alors~~ : le triangle MAB est rectangle en M comme étant un triangle inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés

Donc : d'après le th de pyth

$AB^2 = AM^2 + MB^2$

$MB^2 = AB^2 - AM^2$

$= 10^2 - 8^2$

$= 100 - 64$

$= 36$

$MB = \sqrt{36}$ comme $MB > 0$.

$= 6$ cm

. A ; M ; L sont alignés (par hyp)
alors $\widehat{AML} = 180°$
et $\widehat{AMB} = 90°$ (AMB triangle rect en M d1)
donc $\widehat{BML} = \widehat{AML} - \widehat{AMB}$
$= 180° - 90°$
$= 90°$
Alors : le triangle BML est rectangle en M.
d'après le th de pyth
$BL^2 = BM^2 + ML^2$
$= 6^2 + (4,5)^2$
$= 36 + 20,25$
$= 56,25$
$BL = \sqrt{56,25}$ comme $BL > 0$
$= 7,5$ cm.

b) Dans le triangle BML On a :
. $AL^2 = (AM + ML)^2 = (8 + 4,5)^2 = 156,25$
. $BL^2 + BA^2 = (7,5)^2 + 10^2$
$= 56,25 + 100$
$= 156,25$
$AL^2 = BL^2 + BA^2$ alors d'après la réciproque du th de pyth le triangle ABL est rectangle en B

Donc $(BL) \perp (AB)$ en B.
Par la suite : (BL) est tangente au cercle (C) en B.

3) Dans le triangle ABL on a :
(EF) // (AL) (par hyp) et (AB) et (LB) se coupent en B.
Alors d'après le th de Thalès.

$$\frac{BF}{BL} = \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AL}$$

$$\frac{BF}{7,5} = \frac{6,4}{10} = \frac{EF}{12,5}$$

En particulier : $\frac{BF}{7,5} = \frac{6,4}{10}$

$$BF = \frac{6,4 \times 7,5}{10}$$

$$= 4,8 \text{ cm}$$

4) a) $\frac{LF}{LB} = \frac{LB - BF}{LB} = \frac{7,5 - 4,8}{7,5} = \frac{2,7}{7,5} = 0,36$

b) On a : les points L ; M ; A d'une part et
les points L ; F ; B d'autre part,
sont alignés dans le m̃ ordre

Or : $\frac{LF}{LB} = 0,36$

$\frac{LM}{LA} = \frac{4,5}{12,5} = 0,36$

$\frac{LF}{LB} = \frac{LM}{LA}$ donc d'après la réciproque du th de Thalès (MF) // (AB)